Київський національний університет
імені Тараса Шевченка

Л.Л. ЗАЙЦЕВА

# Завдання для самостійних робіт з

# АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ТА ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

## *Частина IV*

КИЇВ — 2014

УДК 512.8

Р е ц е н з е н т и:
д-р фіз.-мат. наук, проф. Вільчинський С.Й.
канд. фіз.-мат. наук, доц. Єфіменко С.В.

**Зайцева Л.Л.**

**Завдання для самостійних робіт з аналітичної геометрії та лінійної алгебри. Частина IV**. Навчально-методичний посібник / Зайцева Л.Л. — К.: 2014. — 48 с.

Наведено завдання для проведення самостійних робіт з курсу "Аналітична геометрія та лінійна алгебра"(фізичний факультет) та "Загальна алгебра"(факультет радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем). Методична розробка включає 30 варіантів завдань, кожний варіант містить 13 задач, які охоплюють різні розділи даного курсу. Наприкінці наведено відповіді до всіх задач.

Для студентів, викладачів фізико-математематичних спеціальностей.

Затверджено вченою радою радіофізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка (протокол № 11 від 19 травня 2014 року)

# Варіант 1.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 1, 0, 0, -1)^T, \qquad x_2 = (3, 4, -1, 0, -2)^T,$$
$$x_3 = (-1, 1, 1, -3, 6)^T, \qquad x_4 = (2, 3, 2, -3, 2)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (-5, 2, 3, 2, 4)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 4-4i & -3-2i & 5+2i \\ -5+2i & -4-5i & 4-4i \\ 3+3i & 2i & -5-4i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_1 - 2e_3, \qquad f_2 = e_2 - e_3, \qquad f_3 = e_1 - 2e_2 - 2e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -4 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $61x^2 - 12xy + 56y^2 = 260$;

**б)** $-x^2 + 16xy + 11y^2 - 2\sqrt{5}x + 16\sqrt{5}y = -40$;

**в)** $x^2 + 22xy + 121y^2 - 86\sqrt{122}x + 30\sqrt{122}y = 854$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $x^2 + 17y^2 = 17$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(3, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $4x^2 - 7y^2 = -28$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -6)$, $x_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -16y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -6)$, $x_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 2.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, 1, 1, 2)^T, \qquad x_2 = (1, 1, 4, 1, 4)^T,$$
$$x_3 = (2, 0, -5, 2, 4)^T, \qquad x_4 = (1, -1, 5, 1, 0)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (8, 6, 6, 2, -6)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -5-2i & -3+5i & 3-i \\ -1 & -2-2i & 2-i \\ 1-4i & -3-2i & -1-2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_1 + e_3, \qquad f_2 = e_1 + 2e_3, \qquad f_3 = -e_1 - e_2 + e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $47x^2 + 32xy - 13y^2 = 51$;

**б)** $11x^2 - 6xy + 19y^2 + 2\sqrt{10}x + 14\sqrt{10}y = -10$;

**в)** $4x^2 - 4xy + y^2 + 2\sqrt{5}x - 6\sqrt{5}y = -10$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $25x^2 + 14y^2 = 350$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -4)$, $x_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $5x^2 - 10y^2 = 50$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(5, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 52x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(7, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 3.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, 0, -1, 0)^T, \qquad x_2 = (2, 1, 0, -2, 1)^T,$$
$$x_3 = (3, 2, -1, -3, 0)^T, \qquad x_4 = (1, -2, 1, -1, 0)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (0, 4, 8, -2, -10)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 1 & -4-i & -1+5i \\ -1+2i & 3-3i & 1-i \\ 2i & -1+i & 3-2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_1 - e_2 + e_3, \qquad f_2 = e_1 + e_3, \qquad f_3 = e_2 + 2e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $18x^2 - 8xy + 33y^2 = 34$;

**б)** $-x^2 + 6xy - y^2 + 8\sqrt{2}x = -4$;

**в)** $49x^2 + 84xy + 36y^2 + 88\sqrt{85}x - 46\sqrt{85}y = 510$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $9x^2 + 11y^2 = 99$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-2, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $11x^2 - 5y^2 = -55$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 7)$, $x_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -44y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -8)$, $x_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 4.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-2, 0, 0, -1, -1)^T, \qquad x_2 = (-2, 1, 0, -2, 0)^T,$$
$$x_3 = (4, -4, -3, 6, 4)^T, \qquad x_4 = (0, -1, -3, 1, 5)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (1, -3, 4, -4, -2)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2+2i & -5+4i & 3 \\ 3+5i & 3+i & 1-i \\ 2-4i & -4-2i & -4-2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -e_1 + e_2 + e_3, \qquad f_2 = e_1 - e_3, \qquad f_3 = -e_1 + e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $x^2 - 36xy - 26y^2 = 70$;

**б)** $7x^2 - 8xy + 13y^2 + 10\sqrt{5}x - 10\sqrt{5}y = 25$;

**в)** $16x^2 - 72xy + 81y^2 + 44\sqrt{97}x - 2\sqrt{97}y = -485$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $15x^2 + 10y^2 = 150$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 3)$, $x_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $17x^2 - 2y^2 = 34$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-3, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 28x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(3, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 5.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-1, -1, 1, 1, 0)^T, \qquad x_2 = (-3, -4, 2, 3, -2)^T,$$
$$x_3 = (2, 0, 0, -2, 6)^T, \qquad x_4 = (2, -3, -3, -2, 0)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (8, -6, -8, 6, 10)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2-5i & 2+i & -2 \\ 4+i & -1+i & i \\ 3+5i & -3 & 4+4i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_2, \qquad f_2 = -e_1 + e_2 - 3e_3, \qquad f_3 = e_1 + e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $13x^2 + 12xy + 22y^2 = 50$;

**б)** $-7x^2 + 48xy + 7y^2 - 30x - 40y = 0$;

**в)** $100x^2 + 60xy + 9y^2 + 44\sqrt{109}x + 144\sqrt{109}y = -436$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $7x^2 + 13y^2 = 91$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(2, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $7x^2 - 10y^2 = -70$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -4)$, $x_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -8y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -4)$, $x_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 6.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-2, 0, 1, 0, 1)^T, \qquad x_2 = (-5, -4, 4, 1, 4)^T,$$
$$x_3 = (7, -8, 1, -1, 1)^T, \qquad x_4 = (0, -4, 3, -2, 3)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^{\perp}$, де $L^{\perp}$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^{\perp}}\, y$, де $y = (1, -3, -5, 4, 3)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -5 & 4i & 4-i \\ -3-3i & -5-i & -2+4i \\ 5 & 1+2i & -4-4i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_3, \qquad f_2 = -e_1 - e_3, \qquad f_3 = e_1 + e_2 - 2e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $31x^2 + 54xy - 41y^2 = 200$;

**б)** $23x^2 + 48xy + 3y^2 + 22\sqrt{13}x + 6\sqrt{13}y = -65$;

**в)** $36x^2 - 12xy + y^2 - 2\sqrt{37}x - 86\sqrt{37}y = 370$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $11x^2 + 4y^2 = 44$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -2)$, $x_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $3x^2 - 16y^2 = 48$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(5, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 60x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(5, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 7.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, -1, 2, -1, -1)^T, \qquad x_2 = (2, -3, 4, -2, -1)^T,$$
$$x_3 = (-2, 0, 4, 2, -4)^T, \qquad x_4 = (4, -1, 0, -4, 1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (2, -3, 5, 2, -2)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 4+3i & -3+3i & 4i \\ i & 3+4i & -2-i \\ 1-i & 2i & -3-3i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = 2e_2 + e_3, \qquad f_2 = e_1 + e_2, \qquad f_3 = 2e_1 + e_2 - 2e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $39x^2 + 6xy + 31y^2 = 120$;

**б)** $22x^2 - 12xy + 17y^2 - 4\sqrt{13}x + 20\sqrt{13}y = -26$;

**в)** $9x^2 + 12xy + 4y^2 - 18\sqrt{13}x - 38\sqrt{13}y = -481$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $5x^2 + 16y^2 = 80$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-3, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $9x^2 - 7y^2 = -63$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 5)$, $x_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -24y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -7)$, $x_0 < 0$, яка належить параболі.

## Варіант 8.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-1, 1, 1, 1, -1)^T, \qquad x_2 = (-2, 1, 3, 1, -3)^T,$$
$$x_3 = (1, 3, 5, 3, -5)^T, \qquad x_4 = (-5, 1, -1, 1, 1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (2, 0, 4, -6, -6)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -1-2i & 5i & -1-i \\ 3 & 3-2i & 5-i \\ 3 & 5-i & 3-2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_3, \qquad f_2 = -e_2, \qquad f_3 = -e_1 + e_2 - 2e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $29x^2 + 40xy - 46y^2 = 102$;

**б)** $14x^2 + 24xy - 31y^2 + 4\sqrt{17}x + 18\sqrt{17}y = -85$;

**в)** $64x^2 - 16xy + y^2 - 44\sqrt{65}x + 38\sqrt{65}y = 715$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $10x^2 + 3y^2 = 30$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 1)$, $x_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $15x^2 - 7y^2 = 105$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-4, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 36x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(6, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 9.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, 0, -1, 0)^T, \qquad x_2 = (1, 1, -1, -1, 1)^T,$$
$$x_3 = (4, 0, 6, -2, 0)^T, \qquad x_4 = (0, 3, 3, 2, 3)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (15, -9, 9, -6, 6)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -5-4i & 3-3i & -3+4i \\ 3+i & 1 & i \\ 4-4i & -4 & 1-2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -2e_1 - e_2, \qquad f_2 = e_2, \qquad f_3 = 2e_1 + 2e_2 - e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $57x^2 + 48xy + 43y^2 = 75$;

**б)** $19x^2 + 16xy + 49y^2 + 8\sqrt{17}x - 2\sqrt{17}y = 68$;

**в)** $49x^2 + 42xy + 9y^2 - 66\sqrt{58}x + 38\sqrt{58}y = -58$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $6x^2 + 21y^2 = 126$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(4, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $2x^2 - 13y^2 = -26$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -3)$, $x_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -4y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -3)$, $x_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 10.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-1, 1, 1, 1, 0)^T, \qquad x_2 = (-4, 1, 3, 4, 2)^T,$$
$$x_3 = (4, 6, -2, -4, 0)^T, \qquad x_4 = (1, 0, -2, -1, 6)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (10, 6, 2, 8, -8)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 3+4i & -3-4i & 4i \\ 5+5i & 5i & 1-2i \\ 3+i & -4+2i & -1-3i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -2e_1 - e_2 - e_3, \qquad f_2 = e_1 - e_2 + e_3, \qquad f_3 = e_1 + e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $37x^2 - 84xy + 2y^2 = 130$;

**б)** $3x^2 + 8xy - 3y^2 + 6\sqrt{5}x - 2\sqrt{5}y = -5$;

**в)** $100x^2 - 20xy + y^2 + 10\sqrt{101}x - 102\sqrt{101}y = 101$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $13x^2 + 9y^2 = 117$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -3)$, $x_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $5x^2 - 9y^2 = 45$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(5, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 20x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(5, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 11.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, 0, 0, -1)^T, \qquad x_2 = (3, 2, 1, -1, -3)^T,$$
$$x_3 = (1, 6, 0, 0, 5)^T, \qquad x_4 = (4, 4, -1, 1, 2)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (2, 0, 4, -6, -2)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -5+2i & 2+i & 3+i \\ -3+5i & -2-4i & 5-2i \\ -4+2i & -2+i & -4+3i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_1 + e_3, \qquad f_2 = -2e_1 + e_2, \qquad f_3 = 2e_1 - e_2 - 2e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $46x^2 + 60xy + 71y^2 = 182$;

**б)** $-3x^2 + 12xy + 13y^2 - 10\sqrt{10}y = 5$;

**в)** $64x^2 + 48xy + 9y^2 + 100\sqrt{73}x - 72\sqrt{73}y = -292$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $4x^2 + 19y^2 = 76$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-1, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $9x^2 - 6y^2 = -54$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 4)$, $x_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -56y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -10)$, $x_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 12.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, -1, 1, 0)^T, \qquad x_2 = (2, -1, -2, 2, -1)^T,$$
$$x_3 = (0, 2, -3, 0, 2)^T, \qquad x_4 = (2, -1, 1, 2, -1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (-1, 5, 2, -1, -1)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 4+5i & 2+3i & 4+5i \\ -1-3i & 2+4i & 5-2i \\ -5-5i & 3i & -3-2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = 2e_1 - e_2, \qquad f_2 = e_2 - e_3, \qquad f_3 = e_1 - e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $13x^2 + 32xy - 47y^2 = 51$;

**б)** $17x^2 - 12xy + 22y^2 + 14\sqrt{13}x - 8\sqrt{13}y = 39$;

**в)** $49x^2 - 14xy + y^2 - 200\sqrt{2}x + 100\sqrt{2}y = 250$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $16x^2 + 7y^2 = 112$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 1)$, $x_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $5x^2 - y^2 = 5$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-2, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 12x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(2, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 13.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (2, 1, 0, -2, -1)^T, \qquad x_2 = (4, 1, -2, -4, -3)^T,$$
$$x_3 = (6, 5, 1, -6, -1)^T, \qquad x_4 = (2, -1, -1, -2, -3)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (-3, -2, -2, 0, 2)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 3-2i & -1-5i & 2+i \\ -1+4i & 4-5i & 4 \\ 3-4i & 2-2i & 2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -2e_1 - e_2 + e_3, \qquad f_2 = 2e_1 + e_3, \qquad f_3 = -e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $69x^2 - 8xy + 84y^2 = 340$;

**б)** $-17x^2 + 18xy + 7y^2 + 26\sqrt{10}x - 2\sqrt{10}y = 10$;

**в)** $25x^2 + 20xy + 4y^2 + 12\sqrt{29}x + 86\sqrt{29}y = -58$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $2x^2 + 13y^2 = 26$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(3, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $15x^2 - 4y^2 = -60$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -5)$, $x_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -40y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -8)$, $x_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варiант 14.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 1, 0, 0, -1)^T, \qquad x_2 = (2, 0, 1, 2, -1)^T,$$
$$x_3 = (1, 6, -1, -4, -2)^T, \qquad x_4 = (0, -1, 2, 2, 2)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (3, 9, 12, -3, 0)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 5+i & 2-4i & 4 \\ 4+i & -1-3i & 3+2i \\ -4-2i & 3i & -5+3i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -e_1 - e_2, \qquad f_2 = e_1 - e_2 - e_3, \qquad f_3 = -e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $8x^2 + 28xy - 13y^2 = 60$;

**б)** $2x^2 - 2xy + 2y^2 - 4\sqrt{2}x + 4\sqrt{2}y = -1$;

**в)** $25x^2 - 70xy + 49y^2 - 22\sqrt{74}x - 58\sqrt{74}y = 222$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $17x^2 + 3y^2 = 51$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -4)$, $x_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $13x^2 - 9y^2 = 117$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(4, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 32x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(7, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 15.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, 1, 1, 1)^T, \qquad x_2 = (3, -1, 2, 3, 4)^T,$$
$$x_3 = (0, 6, -2, 0, -2)^T, \qquad x_4 = (0, 3, -5, 0, 1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (0, -1, -5, 3, 0)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -4-4i & -3+i & 4-4i \\ i & -2+5i & -3-3i \\ 3i & -1+5i & 2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_3, \qquad f_2 = e_1 - e_2 + e_3, \qquad f_3 = -2e_1 - e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 0 & -9 & 9 \\ -9 & -9 & -9 \\ -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $11x^2 - 4xy + 14y^2 = 30$;

**б)** $-15x^2 + 16xy + 15y^2 + 8\sqrt{17}x - 2\sqrt{17}y = 0$;

**в)** $25x^2 + 40xy + 16y^2 + 70\sqrt{41}x - 26\sqrt{41}y = 41$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $5x^2 + 11y^2 = 55$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-2, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $6x^2 - 11y^2 = -66$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 3)$, $x_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -20y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -6)$, $x_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 16.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-1, 0, 0, -1, 1)^T, \qquad x_2 = (-3, 1, 0, -2, 1)^T,$$
$$x_3 = (-4, 3, -3, -1, 4)^T, \qquad x_4 = (0, -3, 3, -3, 0)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (4, 3, -1, 4, -5)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 4+i & 5 & -5+i \\ 2+2i & -1-5i & -4 \\ 4-3i & 3+3i & 2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_1 - e_2 - e_3, \qquad f_2 = -e_1 - e_3, \qquad f_3 = e_1 + e_2 + 2e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $25x^2 - 30xy - 15y^2 = 60$;

**б)** $5x^2 + 14xy + 5y^2 + 10\sqrt{2}x + 14\sqrt{2}y = -26$;

**в)** $4x^2 - 44xy + 121y^2 + 750\sqrt{5}x + 250\sqrt{5}y = -250$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $10x^2 + y^2 = 10$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 1)$, $x_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $4x^2 - 10y^2 = 40$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-5, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 16x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(5, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 17.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-1, -2, 1, 1, 0)^T, \qquad x_2 = (-3, 0, 2, 2, -2)^T,$$
$$x_3 = (7, 3, -4, -4, 6)^T, \qquad x_4 = (-1, 5, 1, 1, 0)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (-4, 2, 3, 1, -4)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 1-i & -3-3i & 2i \\ 3+4i & -2-2i & -3-5i \\ 2 & 3+5i & -5-4i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -e_2 + 2e_3, \qquad f_2 = e_1 - e_2 + e_3, \qquad f_3 = e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $32x^2 + 12xy + 48y^2 = 150$;

**б)** $6x^2 - 4xy + 9y^2 - 12\sqrt{5}x + 14\sqrt{5}y = -5$;

**в)** $16x^2 + 24xy + 9y^2 - 300x + 150y = -525$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $9x^2 + 15y^2 = 135$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-1, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $6x^2 - 5y^2 = -30$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -7)$, $x_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -48y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -10)$, $x_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 18.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, -1, 0, 0, -1)^T, \qquad x_2 = (4, -3, 0, 0, -2)^T,$$
$$x_3 = (-3, 1, -1, 1, -1)^T, \qquad x_4 = (0, 1, -1, 1, 2)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^{\perp}$, де $L^{\perp}$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^{\perp}}\, y$, де $y = (-3, 1, -1, 5, -1)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -2+3i & 3+3i & 5-2i \\ -2+2i & 1-i & -4+3i \\ -2+4i & -4+3i & 2+5i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -2e_2 + e_3, \qquad f_2 = e_1 - e_2 + 2e_3, \qquad f_3 = e_1 - 2e_2 + 2e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $17x^2 - 60xy - 46y^2 = 58$;

**б)** $-23x^2 + 72xy - 2y^2 + 110x - 20y = -25$;

**в)** $25x^2 - 80xy + 64y^2 - 44\sqrt{89}x - 72\sqrt{89}y = 0$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $19x^2 + 2y^2 = 38$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -3)$, $x_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $14x^2 - 5y^2 = 70$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(4, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 24x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(4, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 19.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-3, -2, 1, -2, 3)^T, \qquad x_2 = (-9, -5, 2, -6, 10)^T,$$
$$x_3 = (6, 6, -5, 2, -5)^T, \qquad x_4 = (-3, -1, -1, -4, 3)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (0, 10, -6, 8, -4)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} i & 3+i & -2+i \\ 2i & 4-2i & 4+3i \\ -2-i & 3+2i & -4+2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -e_1 + e_2, \qquad f_2 = e_1 - e_3, \qquad f_3 = e_1 + 2e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & -3 \\ 0 & 6 & 6 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $43x^2 + 48xy + 57y^2 = 75$;

**б)** $49x^2 - 16xy + 19y^2 - 24\sqrt{17}x + 6\sqrt{17}y = 0$;

**в)** $x^2 + 8xy + 16y^2 + 22\sqrt{17}x + 20\sqrt{17}y = -85$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $10x^2 + 25y^2 = 250$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(4, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $2x^2 - 7y^2 = -14$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 5)$, $x_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -60y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -12)$, $x_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 20.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-1, -3, -1, 1, 2)^T, \qquad x_2 = (-2, -7, -3, 2, 2)^T,$$
$$x_3 = (-2, 0, 0, 2, 6)^T, \qquad x_4 = (0, -5, -1, 0, 0)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^{\perp}$, де $L^{\perp}$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^{\perp}}\, y$, де $y = (0, 2, 2, -2, 1)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -4+2i & -1+i & i \\ -3-4i & 3+2i & -4 \\ 4i & -4-2i & 3-i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = 2e_1 - e_2 - e_3, \qquad f_2 = e_1, \qquad f_3 = -e_1 + e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -4 & -1 & 2 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $41x^2 - 72xy + 11y^2 = 65$;

**б)** $12x^2 - 10xy - 12y^2 + 12\sqrt{26}x + 4\sqrt{26}y = -39$;

**в)** $49x^2 - 112xy + 64y^2 + 30\sqrt{113}x - 2\sqrt{113}y = -339$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $7x^2 + 5y^2 = 35$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -1)$, $x_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $4x^2 - 6y^2 = 24$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-7, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 8x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(3, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить параболі.

## Варіант 21.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, 0, -2, 1)^T, \qquad x_2 = (1, 4, -1, -5, 1)^T,$$
$$x_3 = (3, 4, -4, -6, 3)^T, \qquad x_4 = (1, -4, 4, -2, 1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^{\perp}$, де $L^{\perp}$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^{\perp}}\, y$, де $y = (8, -4, -6, 6, 6)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 3-2i & -1 & -4-4i \\ 5-i & 4-5i & -3 \\ -2-4i & 4 & -1-i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = 2e_1, \qquad f_2 = -e_1 - e_2 + e_3, \qquad f_3 = e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 4 & -4 & -1 \\ -3 & 0 & -1 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $43x^2 + 12xy + 48y^2 = 156$;

**б)** $x^2 + 24xy + 19y^2 - 2\sqrt{5}x - 24\sqrt{5}y = 10$;

**в)** $x^2 + 10xy + 25y^2 - 24\sqrt{26}x + 36\sqrt{26}y = -78$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $3x^2 + 16y^2 = 48$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(3, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $16x^2 - 5y^2 = -80$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -6)$, $x_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -36y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -7)$, $x_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 22.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, 0, 0, -1)^T, \qquad x_2 = (2, -2, -3, 3, 0)^T,$$
$$x_3 = (0, 6, 5, -5, -6)^T, \qquad x_4 = (-1, 0, -4, 4, 1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^{\perp}$, де $L^{\perp}$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^{\perp}}\, y$, де $y = (0, 10, 6, 0, -4)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -4-i & -1-5i & 5+4i \\ 2-5i & -5+3i & 4-2i \\ 2+i & -5+5i & 4-2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = 2e_2 + e_3, \qquad f_2 = e_1 - e_2, \qquad f_3 = -e_1 - e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $13x^2 - 32xy - 47y^2 = 51$;

**б)** $33x^2 - 8xy + 18y^2 - 14\sqrt{17}x + 12\sqrt{17}y = -17$;

**в)** $4x^2 - 36xy + 81y^2 - 86\sqrt{85}x - 38\sqrt{85}y = 510$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $36x^2 + 10y^2 = 360$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 5)$, $x_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $14x^2 - 9y^2 = 126$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(5, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 48x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(9, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 23.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, -1, 1, 1)^T, \qquad x_2 = (2, -4, -4, 2, 4)^T,$$
$$x_3 = (2, 7, 4, 2, -4)^T, \qquad x_4 = (-1, -5, 1, -1, -1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (2, -10, -6, -4, -6)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 1 & -1-3i & -3-3i \\ -5+3i & 1+i & 5-4i \\ -1+5i & 4-4i & 2+i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = 2e_1 + e_2 - e_3, \qquad f_2 = -2e_2 + e_3, \qquad f_3 = -e_1 - 2e_2 + 2e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $50x^2 - 8xy + 35y^2 = 102$;

**б)** $-14x^2 + 36xy + y^2 + 12\sqrt{13}x - 8\sqrt{13}y = 0$;

**в)** $49x^2 + 28xy + 4y^2 + 54\sqrt{53}x - 30\sqrt{53}y = -159$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $11x^2 + 15y^2 = 165$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-1, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $2x^2 - 9y^2 = -18$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 3)$, $x_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -32y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -6)$, $x_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 24.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, -1, 1, 0)^T, \qquad x_2 = (3, -1, -3, 3, 1)^T,$$
$$x_3 = (0, -1, 6, 0, 3)^T, \qquad x_4 = (3, 0, 3, 3, 2)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^{\perp}$, де $L^{\perp}$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^{\perp}}\, y$, де $y = (6, -9, -6, -9, 0)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -5+3i & -4+4i & 5-3i \\ -3-4i & -3+2i & 1+3i \\ 2 & 3-4i & -4-5i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_3, \qquad f_2 = e_1 - 2e_2 + e_3, \qquad f_3 = e_1 - e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $16x^2 + 36xy - 11y^2 = 100$;

**б)** $21x^2 - 24xy + 31y^2 + 26\sqrt{13}y = -26$;

**в)** $81x^2 - 18xy + y^2 + 40\sqrt{82}x + 32\sqrt{82}y = -738$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $17x^2 + 6y^2 = 102$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -4)$, $x_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $6x^2 - 13y^2 = 78$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-4, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 40x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(8, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить параболі.

# Варіант 25.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1,1,1,-1,0)^T, \qquad x_2 = (2,3,0,-3,2)^T,$$
$$x_3 = (2,0,2,0,-8)^T, \qquad x_4 = (0,1,2,-1,6)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (4,4,-2,-6,-2)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -3+3i & -3+4i & 3i \\ 1 & -4+5i & 1+4i \\ 1-2i & 0 & 3-4i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_1 - e_2, \qquad f_2 = e_1 + e_2 + e_3, \qquad f_3 = 2e_1 - 2e_2 - e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $12x^2 - 28xy + 33y^2 = 40$;

**б)** $-5x^2 + 24xy + 5y^2 + 2\sqrt{13}x - 10\sqrt{13}y = 13$;

**в)** $36x^2 + 60xy + 25y^2 - 24\sqrt{61}x + 102\sqrt{61}y = 183$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $10x^2 + 11y^2 = 110$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(2, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $10x^2 - y^2 = -10$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -5)$, $x_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -12y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -5)$, $x_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 26.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1,0,0,2,-1)^T, \qquad x_2 = (0,3,3,6,0)^T,$$
$$x_3 = (5,-2,-4,4,-5)^T, \qquad x_4 = (-1,2,4,4,1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^{\perp}$, де $L^{\perp}$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^{\perp}}\, y$, де $y = (2,8,2,-6,8)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -4+i & -1-i & -5+2i \\ 3+3i & -1+3i & -3-3i \\ 3+4i & 2+4i & 2-2i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_1 + e_2 - e_3, \qquad f_2 = 2e_1 - e_3, \qquad f_3 = e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \\ -3 & -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $7x^2 - 18xy - 17y^2 = 20$;

**б)** $-13x^2 + 32xy + 47y^2 + 6\sqrt{17}x + 24\sqrt{17}y = -102$;

**в)** $9x^2 - 30xy + 25y^2 - 76\sqrt{34}x - 32\sqrt{34}y = -510$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $25x^2 + 6y^2 = 150$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 3)$, $x_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $11x^2 - 3y^2 = 33$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(2, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 56x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(12, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 27.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 2, 0, 1, 0)^T, \qquad x_2 = (2, 1, 0, 2, 0)^T,$$
$$x_3 = (1, 8, 1, 1, 1)^T, \qquad x_4 = (0, -3, 1, 0, 1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^{\perp}$, де $L^{\perp}$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^{\perp}}\, y$, де $y = (2, 0, 10, 4, -6)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -3 & 1-2i & -4+2i \\ -4+2i & -5+3i & -4-i \\ 5+5i & 5+3i & -4+i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_2 - e_3, \qquad f_2 = -e_1 + e_2 + e_3, \qquad f_3 = 2e_1 - e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $46x^2 - 24xy + 14y^2 = 50$;

**б)** $19x^2 - 6xy + 11y^2 - 8\sqrt{10}x + 16\sqrt{10}y = -20$;

**в)** $x^2 + 2xy + y^2 + 12\sqrt{2}x + 8\sqrt{2}y = -62$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $2x^2 + 9y^2 = 18$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(1, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $6x^2 - 15y^2 = -90$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 4)$, $x_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -28y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -9)$, $x_0 < 0$, яка належить параболі.

## Варіант 28.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (-1, 1, 0, 0, 1)^T, \qquad x_2 = (-3, 2, 2, -2, 4)^T,$$
$$x_3 = (-1, 0, -4, 4, -4)^T, \qquad x_4 = (-1, -3, 2, -2, -1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^{\perp}$, де $L^{\perp}$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^{\perp}}\, y$, де $y = (-4, -4, -2, -5, 5)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -2-5i & -4+4i & 3-4i \\ -4-2i & -3-2i & i \\ 1+4i & -2+2i & 3-4i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = e_2 + e_3, \qquad f_2 = e_1 - 2e_2, \qquad f_3 = e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & -3 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $-37x^2 + 84xy - 2y^2 = 130$;

**б)** $2x^2 + 12xy - 7y^2 + 10\sqrt{5}y = -25$;

**в)** $25x^2 - 90xy + 81y^2 + 62\sqrt{106}x + 58\sqrt{106}y = 424$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $13x^2 + 3y^2 = 39$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -2)$, $x_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $3x^2 - 7y^2 = 21$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-3, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 44x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(10, y_0)$, $y_0 < 0$, яка належить параболі.

## Варіант 29.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, -1, 2, 1, 0)^T, \qquad x_2 = (4, -2, 6, 3, 1)^T,$$
$$x_3 = (0, 5, -4, -1, 1)^T, \qquad x_4 = (2, 1, 2, 2, 0)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (9, 9, 9, 3, 0)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} -4+3i & 1-4i & -2-2i \\ -3+i & 1+5i & -3-3i \\ 3-3i & 5-3i & -5 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -e_1 - e_3, \qquad f_2 = -e_1, \qquad f_3 = e_1 - 2e_2 - e_3,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $43x^2 - 48xy + 57y^2 = 75$;

**б)** $57x^2 + 48xy + 43y^2 - 180x - 10y = 100$;

**в)** $x^2 + 6xy + 9y^2 - 10\sqrt{10}x - 10\sqrt{10}y = -100$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $15x^2 + 36y^2 = 540$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(-5, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $17x^2 - 9y^2 = -153$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, -6)$, $x_0 < 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $x^2 = -52y$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(x_0, -11)$, $x_0 > 0$, яка належить параболі.

# Варіант 30.

$\boxed{1}$ Нехай $L = \langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle$, де

$$x_1 = (1, 0, 1, 0, -1)^T, \qquad x_2 = (2, -1, 1, -1, -3)^T,$$
$$x_3 = (-3, 1, 6, 1, 0)^T, \qquad x_4 = (5, 0, -3, 0, -1)^T.$$

**а)** Вказати розмірність і базис $L$;

**б)** побудувати ортонормований базис $L$;

**в)** побудувати ортонормований базис $L^\perp$, де $L^\perp$ – ортогональне доповнення $L$;

**г)** знайти $\text{Пр}_L\, y$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y$, де $y = (3, -2, -5, 2, 1)^T$.

$\boxed{2}$ **а)** Нехай в ермітовому просторі $V(\mathbb{C})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно ортонормованого базису $(e_1, e_2, e_3)$ дорівнює

$$\begin{pmatrix} 4+3i & 4 & -1-4i \\ -1-3i & 1+2i & 4-2i \\ 5+3i & 5i & 2-i \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(e_1, e_2, e_3)$.

**б)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ задано базис

$$f_1 = -e_2, \qquad f_2 = -e_2 + e_3, \qquad f_3 = e_1 + 2e_2,$$

базис $(e_1, e_2, e_3)$ є ортонормованим. Обчислити матрицю Грама базису $(f_1, f_2, f_3)$.

**в)** Нехай в евклідовому просторі $V(\mathbb{R})$ матриця лінійного оператора $\varphi$ відносно базису $(f_1, f_2, f_3)$, визначеному в пункті б), дорівнює

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & -4 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Знайти матрицю лінійного оператора $\varphi^*$ відносно $(f_1, f_2, f_3)$.

$\boxed{3}$ Рівняння кривої другого порядку звести до канонічного виду. Визначити, який геометричний образ визначає це рівняння. Зобразити на рисунку осі початкової системи координат, осі нової системи координат і геометричний образ, який визначається рівнянням, якщо

**а)** $24x^2 + 84xy - 11y^2 = 156$;

**б)** $4x^2 + 6xy - 4y^2 + 8\sqrt{10}x - 2\sqrt{10}y = -5$;

**в)** $16x^2 - 56xy + 49y^2 - 78\sqrt{65}x - 26\sqrt{65}y = -715$.

$\boxed{4}$ Нехай

**а)** задано еліпс $19x^2 + 16y^2 = 304$. Знайти велику та малу півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданого еліпса. Обчислити фокальні радіуси точки $M(x_0, 4)$, $x_0 < 0$, яка належить еліпсу;

**б)** задано гіперболу $6x^2 - y^2 = 6$. Знайти дійсну та уявну півосі, рівняння асимптот, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис заданої гіперболи. Обчислити фокальні радіуси точки $M(4, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить гіперболі;

**в)** задано параболу $y^2 = 4x$. Знайти фокус, рівняння директриси, ексцентриситет заданої параболи. Обчислити фокальний радіус точки $M(3, y_0)$, $y_0 > 0$, яка належить параболі.

1. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,1,0,0,-1)/\sqrt{3}$, $e_2 = (0,1,-1,0,1)/\sqrt{3}$, $e_3 = (1,1,3,-3,2)/2\sqrt{6}$; 1в: $e_1' = (-1,1,1,1,0)/2$, $e_2' = (3,-1,1,3,2)/2\sqrt{6}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (-2,-1,0,-1,4)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (-3,3,3,3,0)$; 2а: $\begin{pmatrix} 4+4i & -5-2i & 3-3i \\ -3+2i & -4+5i & -2i \\ 5-2i & 4+4i & -5+4i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 9 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} 9 & 6 & 5 \\ -6 & -10 & 8 \\ -7 & -4 & -5 \end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{5} + \dfrac{\tilde{y}^2}{4} = 1$, $x = \dfrac{2\tilde{x} - 3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y = \dfrac{3\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3б: $\bar{x}^2 - \dfrac{\bar{y}^2}{3} = -1$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} - 2$, $x = \dfrac{\tilde{x} - 2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y = \dfrac{2\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3в: $\bar{y}^2 = 8\bar{x}$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 1$, $x = \dfrac{11\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{122}}$, $y = \dfrac{-\tilde{x} + 11\tilde{y}}{\sqrt{122}}$; 4а: велика піввісь $a = \sqrt{17}$, мала піввісь $b = 1$, фокуси $F_1(4,0)$, $F_2(-4,0)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{4}{\sqrt{17}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : x = \pm\dfrac{17}{4}$, фокальні радіуси $r_1 = \dfrac{5}{\sqrt{17}}$, $r_2 = \dfrac{29}{\sqrt{17}}$; 4б: дійсна піввісь $b = 2$, уявна піввісь $a = \sqrt{7}$, рівняння асимптот $\sqrt{7}y = \pm 2x$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{11}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{11}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{11}}{2}$, рівняння директрис $d_{1,2} : x = \pm\dfrac{7}{\sqrt{11}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{4 \pm 6\sqrt{11}}{2}$; 4в: фокус $F(0,-4)$, рівняння директриси $y = 4$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 10$;

2. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,0,1,1,2)/\sqrt{7}$, $e_2 = (1,-1,-2,1,0)/\sqrt{7}$, $e_3 = (1,-2,2,1,-2)/\sqrt{14}$; 1в: $e_1' = (-1,0,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (-1,-2,0,-1,1)/\sqrt{7}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (1,-2,6,1,-2)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (7,8,0,1,-4)$; 2а: $\begin{pmatrix} -5+2i & -1 & 1+4i \\ -3-5i & -2+2i & -3+2i \\ 3+i & 2+i & -1+2i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; 3а: $\tilde{x}^2 - \dfrac{\tilde{y}^2}{3} = -1$, $x = \dfrac{4\tilde{x} - \tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y = \dfrac{\tilde{x} + 4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2} + \bar{y}^2 = 1$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 1$, $x = \dfrac{3\tilde{x} - \tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y = \dfrac{\tilde{x} + 3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3в: $\bar{x}^2 = 2\bar{y}$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} - 2$, $x = \dfrac{2\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y = \dfrac{-\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 4а: велика піввісь $b = 5$, мала піввісь $a = \sqrt{14}$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{11}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{11}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{11}}{5}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{25}{\sqrt{11}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{25 \pm 4\sqrt{11}}{5}$; 4б: дійсна піввісь $a = \sqrt{10}$, уявна піввісь $b = \sqrt{5}$, рівняння асимптот $\sqrt{2}y = \pm x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{15}, 0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{15}, 0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{10}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{5}{\sqrt{15}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{10 \mp 5\sqrt{15}}{\sqrt{10}}$; 4в: фокус $F(13,0)$, рівняння директриси $x = -13$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 20$;

3. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,0,0,-1,0)/\sqrt{2}$, $e_2 = (0,-1,0,0,-1)/\sqrt{2}$, $e_3 = (0,1,-1,0,-1)/\sqrt{3}$; 1в: $e_1' = (1,0,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (0,-1,-2,0,1)/\sqrt{6}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (1,-1,-2,-1,-5)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (-1,5,10,-1,-5)$; 2а: $\begin{pmatrix} 1 & -1-2i & -2i \\ -4+i & 3+3i & -1-i \\ -1-5i & 1+i & 3+2i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ -3 & -4 & -7 \end{pmatrix}$;

3а: $\tilde{x}^2+\dfrac{\tilde{y}^2}{2}=1,\ x=\dfrac{\tilde{x}+4\tilde{y}}{\sqrt{17}},\ y=\dfrac{-4\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2}-\bar{y}^2=-1,\ \bar{x}=\tilde{x}+2,\ \bar{y}=\tilde{y}+1,$ $x=\dfrac{\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{2}},\ y=\dfrac{\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{2}}$; 3в: $\bar{y}^2=-10\bar{x},\ \bar{x}=\tilde{x}-1,\ \bar{y}=\tilde{y}+2,\ x=\dfrac{6\tilde{x}+7\tilde{y}}{\sqrt{85}},\ y=$ $\dfrac{-7\tilde{x}+6\tilde{y}}{\sqrt{85}}$; 4а: велика піввісь $a=\sqrt{11}$, мала піввісь $b=3$, фокуси $F_1\left(\sqrt{2},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{2},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:x=\pm\dfrac{11}{\sqrt{2}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{11\pm 2\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$; 4б: дійсна піввісь $b=\sqrt{11}$, уявна піввісь $a=\sqrt{5}$, рівняння асимптот $\sqrt{5}y=\pm\sqrt{11}x$, фокуси $F_1\left(0,4\right)$, $F_2\left(0,-4\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{4}{\sqrt{11}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:x=\pm\dfrac{5}{4}$, фокальні радіуси $r_1=\dfrac{17}{\sqrt{11}}$, $r_2=\dfrac{39}{\sqrt{11}}$; 4в: фокус $F\left(0,-11\right)$, рівняння директриси $y=11$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=19$;

4. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=\left(-2,0,0,-1,-1\right)/\sqrt{6}$, $e_2=\left(0,1,0,-1,1\right)/\sqrt{3}$, $e_3=\left(-2,-2,-3,1,3\right)/3\sqrt{3}$; 1в: $e_1'=\left(-1,2,0,2,0\right)/3$, $e_2'=\left(-2,-2,6,1,3\right)/3\sqrt{6}$; 1г: $\text{Пр}_L\,y=\left(0,1,2,-1,-3\right)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=\left(1,-4,2,-3,1\right)$; 2а: $\begin{pmatrix}2-2i&3-5i&2+4i\\-5-4i&3-i&-4+2i\\3&1+i&-4+2i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}3&-2&2\\-2&2&-1\\2&-1&2\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}1&0&2\\-5&3&-4\\-9&6&-7\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{7}-\dfrac{\tilde{y}^2}{2}=1,\ x=\dfrac{2\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{5}},\ y=\dfrac{-\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{3}+\bar{y}^2=-1,\ \bar{x}=\tilde{x}+1,$ $\bar{y}=\tilde{y}-1,\ x=\dfrac{2\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{5}},\ y=\dfrac{\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3в: $\bar{x}^2=-4\bar{y},\ \bar{x}=\tilde{x}+1,\ \bar{y}=\tilde{y}-1,$ $x=\dfrac{4\tilde{x}+9\tilde{y}}{\sqrt{97}},\ y=\dfrac{-9\tilde{x}+4\tilde{y}}{\sqrt{97}}$; 4а: велика піввісь $b=\sqrt{15}$, мала піввісь $a=\sqrt{10}$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{5}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{5}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:y=\pm\dfrac{15}{\sqrt{5}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{15\mp 3\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$; 4б: дійсна піввісь $a=\sqrt{2}$, уявна піввісь $b=\sqrt{17}$, рівняння асимптот $\sqrt{2}y=\pm\sqrt{17}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{19},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{19},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{19}}{\sqrt{2}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:y=\pm\dfrac{17}{\sqrt{19}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{2\pm 3\sqrt{19}}{\sqrt{2}}$; 4в: фокус $F\left(7,0\right)$, рівняння директриси $x=-7$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=10$;

5. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=\left(-1,-1,1,1,0\right)/2$, $e_2=\left(0,1,1,0,2\right)/\sqrt{6}$, $e_3=\left(1,-3,-1,-1,2\right)/4$; 1в: $e_1'=\left(1,0,0,1,0\right)/\sqrt{2}$, $e_2'=\left(-3,1,-5,3,2\right)/4\sqrt{3}$; 1г: $\text{Пр}_L\,y=\left(4,-7,-3,-4,8\right)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=\left(4,1,-5,10,2\right)$; 2а: $\begin{pmatrix}2+5i&4-i&3-5i\\2-i&-1-i&-3\\-2&i&4-4i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}1&1&0\\1&11&-4\\0&-4&2\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}2&6&-1\\1&-1&1\\3&-3&3\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{2}+\dfrac{\tilde{y}^2}{5}=1,\ x=\dfrac{\tilde{x}-2\tilde{y}}{\sqrt{5}},\ y=\dfrac{2\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3б: $\bar{x}^2-\bar{y}^2=-1,\ \bar{x}=\tilde{x}-1,$ $\bar{y}=\tilde{y},\ x=\dfrac{3\tilde{x}-4\tilde{y}}{5},\ y=\dfrac{4\tilde{x}+3\tilde{y}}{5}$; 3в: $\bar{y}^2=12\bar{x},\ \bar{x}=\tilde{x}+1,\ \bar{y}=\tilde{y}+4,$ $x=\dfrac{3\tilde{x}+10\tilde{y}}{\sqrt{109}},\ y=\dfrac{-10\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{109}}$; 4а: велика піввісь $a=\sqrt{13}$, мала піввісь $b=\sqrt{7}$,

фокуси $F_1\left(\sqrt{6},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{6},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{13}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x=\pm\dfrac{13}{\sqrt{6}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{13\mp2\sqrt{6}}{\sqrt{13}}$; 4б: дійсна піввісь $b=\sqrt{7}$, уявна піввісь $a=\sqrt{10}$, рівняння асимптот $\sqrt{10}y=\pm\sqrt{7}x$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{17}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{17}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{17}}{\sqrt{7}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x=\pm\dfrac{10}{\sqrt{17}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{7\pm4\sqrt{17}}{\sqrt{7}}$; 4в: фокус $F\left(0,-2\right)$, рівняння директриси $y=2$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=6$;

6. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=\left(-2,0,1,0,1\right)/\sqrt{6}$, $e_2=\left(1,-4,1,1,1\right)/2\sqrt{5}$, $e_3=\left(1,0,1,-3,1\right)/2\sqrt{3}$; 1в: $e_1'=\left(1,1,2,1,0\right)/\sqrt{7}$, $e_2'=\left(2,2,-3,2,7\right)/\sqrt{70}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y=\left(1,-3,-1,4,-1\right)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y=\left(0,0,-4,0,4\right)$; 2а: $\begin{pmatrix}-5 & -3+3i & 5\\ -4i & -5+i & 1-2i\\ 4+i & -2-4i & -4+4i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}1 & -1 & -2\\ -1 & 2 & 1\\ -2 & 1 & 6\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}7 & -19 & -1\\ 4 & -7 & -5\\ 0 & -4 & 5\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{5}-\dfrac{\tilde{y}^2}{4}=-1$, $x=\dfrac{3\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y=\dfrac{\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3б: $\bar{x}^2-\dfrac{\bar{y}^2}{3}=-1$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}+1$, $x=\dfrac{3\tilde{x}-2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y=\dfrac{2\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3в: $\bar{x}^2=14\bar{y}$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}-2$, $x=\dfrac{6\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{37}}$, $y=\dfrac{-\tilde{x}+6\tilde{y}}{\sqrt{37}}$; 4а: велика піввісь $b=\sqrt{11}$, мала піввісь $a=2$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{7}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{7}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: y=\pm\dfrac{11}{\sqrt{7}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{11\pm2\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$; 4б: дійсна піввісь $a=4$, уявна піввісь $b=\sqrt{3}$, рівняння асимптот $4y=\pm\sqrt{3}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{19},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{19},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{19}}{4}$, рівняння директрис $d_{1,2}: y=\pm\dfrac{3}{\sqrt{19}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{16\mp5\sqrt{19}}{4}$; 4в: фокус $F\left(15,0\right)$, рівняння директриси $x=-15$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=20$;

7. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=\left(1,-1,2,-1,-1\right)/2\sqrt{2}$, $e_2=\left(0,1,0,0,-1\right)/\sqrt{2}$, $e_3=\left(3,1,-2,-3,1\right)/2\sqrt{6}$; 1в: $e_1'=\left(1,0,0,1,0\right)/\sqrt{2}$, $e_2'=\left(0,1,1,0,1\right)/\sqrt{3}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y=\left(0,-3,5,0,-2\right)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y=\left(2,0,0,2,0\right)$; 2а: $\begin{pmatrix}4-3i & i & 1+i\\ -3-3i & 3-4i & -2i\\ -4i & -2+i & -3+3i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}5 & 2 & 0\\ 2 & 2 & 3\\ 0 & 3 & 9\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}-1 & -3 & -6\\ 9 & 8 & 9\\ -4 & -3 & -3\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{4}+\dfrac{\tilde{y}^2}{3}=1$, $x=\dfrac{\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y=\dfrac{-3\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2}+\bar{y}^2=1$, $\bar{x}=\tilde{x}+2$, $\bar{y}=\tilde{y}+1$, $x=\dfrac{2\tilde{x}-3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y=\dfrac{3\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3в: $\bar{y}^2=-6\bar{x}$, $\bar{x}=\tilde{x}+2$, $\bar{y}=\tilde{y}-5$, $x=\dfrac{2\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y=\dfrac{-3\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 4а: велика піввісь $a=4$, мала піввісь $b=\sqrt{5}$, фокуси $F_1\left(\sqrt{11},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{11},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{11}}{4}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x=\pm\dfrac{16}{\sqrt{11}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{16\pm3\sqrt{11}}{4}$; 4б: дійсна піввісь $b=3$, уявна піввісь $a=\sqrt{7}$, рівняння асимптот $\sqrt{7}y=\pm3x$, фокуси

$F_1\left(0,4\right),\ \ F_2\left(0,-4\right),$ ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{4}{3},$ рівняння директрис $d_{1,2}:x=\pm\dfrac{7}{4},$ фокальні радіуси $r_1=\dfrac{11}{3},\ \ r_2=\dfrac{29}{3};$ 4в: фокус $F\left(0,-6\right),$ рівняння директриси $y=6,$ ексцентриситет $\epsilon=1,$ фокальний радіус $r=13;$

8. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3;$ 1б: $e_1=\left(-1,1,1,1,-1\right)/\sqrt{5}$, $e_2=\left(0,1,-1,1,1\right)/2$, $e_3=\left(4,1,1,1,-1\right)/2\sqrt{5};$ 1в: $e_1'=\left(0,-1,0,1,0\right)/\sqrt{2},\ e_2'=\left(0,0,1,0,1\right)/\sqrt{2};$ 1г: $\text{Пр}_L\,y=\left(2,-3,5,-3,-5\right),$ $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=\left(0,3,-1,-3,-1\right);$ 2а: $\begin{pmatrix}-1+2i&3&3\\-5i&3+2i&5+i\\-1+i&5+i&3+2i\end{pmatrix};$ 2б: $\begin{pmatrix}1&0&-2\\0&1&-1\\-2&-1&6\end{pmatrix};$ 2в: $\begin{pmatrix}-4&2&11\\-7&2&16\\-2&1&5\end{pmatrix};$ 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{3}-\dfrac{\tilde{y}^2}{2}=1,\ \ x=\dfrac{4\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{17}},\ \ y=\dfrac{\tilde{x}+4\tilde{y}}{\sqrt{17}};$ 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2}-\bar{y}^2=1,\ \ \bar{x}=\tilde{x}+1,$ $\bar{y}=\tilde{y}-1,\ \ x=\dfrac{4\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{17}},\ \ y=\dfrac{\tilde{x}+4\tilde{y}}{\sqrt{17}};$ 3в: $\bar{x}^2=-4\bar{y},\ \bar{x}=\tilde{x}-3,\ \ \bar{y}=\tilde{y}+1,$ $x=\dfrac{8\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{65}},\ \ y=\dfrac{-\tilde{x}+8\tilde{y}}{\sqrt{65}};$ 4а: велика піввісь $b=\sqrt{10},$ мала піввісь $a=\sqrt{3},$ фокуси $F_1\left(0,\sqrt{7}\right),\ \ F_2\left(0,-\sqrt{7}\right),$ ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}},$ рівняння директрис $d_{1,2}:y=\pm\dfrac{10}{\sqrt{7}},$ фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{10\mp\sqrt{7}}{\sqrt{10}};$ 4б: дійсна піввісь $a=\sqrt{7},$ уявна піввісь $b=\sqrt{15},$ рівняння асимптот $\sqrt{7}y=\pm\sqrt{15}x,$ фокуси $F_1\left(\sqrt{22},0\right),$ $F_2\left(-\sqrt{22},0\right),$ ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{22}}{\sqrt{7}},$ рівняння директрис $d_{1,2}:y=\pm\dfrac{15}{\sqrt{22}},$ фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{7\pm4\sqrt{22}}{\sqrt{7}};$ 4в: фокус $F\left(9,0\right),$ рівняння директриси $x=-9,$ ексцентриситет $\epsilon=1,$ фокальний радіус $r=15;$

9. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3;$ 1б: $e_1=\left(1,0,0,-1,0\right)/\sqrt{2}$, $e_2=\left(0,1,-1,0,1\right)/\sqrt{3}$, $e_3=\left(1,2,4,1,2\right)/\sqrt{26};$ 1в: $e_1'=\left(3,-1,-1,3,0\right)/2\sqrt{5}$, $e_2'=\left(-3,-19,1,-3,20\right)/2\sqrt{195};$ 1г: $\text{Пр}_L\,y=\left(12,-1,10,-9,-1\right),$ $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=\left(3,-8,-1,3,7\right);$ 2а: $\begin{pmatrix}-5+4i&3-i&4+4i\\3+3i&1&-4\\-3-4i&i&1+2i\end{pmatrix};$ 2б: $\begin{pmatrix}5&-1&-6\\-1&1&2\\-6&2&9\end{pmatrix};$ 2в: $\begin{pmatrix}11&1&-7\\-13&1&9\\6&2&0\end{pmatrix};$ 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{3}+\tilde{y}^2=1,\ \ x=\dfrac{3\tilde{x}+4\tilde{y}}{5},\ \ y=\dfrac{-4\tilde{x}+3\tilde{y}}{5};$ 3б: $\bar{x}^2+\dfrac{\bar{y}^2}{3}=1,\ \ \bar{x}=\tilde{x},\ \ \bar{y}=\tilde{y}-1,$ $x=\dfrac{\tilde{x}-4\tilde{y}}{\sqrt{17}},\ \ y=\dfrac{4\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{17}};$ 3в: $\bar{y}^2=8\bar{x},\ \bar{x}=\tilde{x}+1,\ \ \bar{y}=\tilde{y}-3,\ \ x=\dfrac{3\tilde{x}+7\tilde{y}}{\sqrt{58}},$ $y=\dfrac{-7\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{58}};$ 4а: велика піввісь $a=\sqrt{21},$ мала піввісь $b=\sqrt{6},$ фокуси $F_1\left(\sqrt{15},0\right),\ \ F_2\left(-\sqrt{15},0\right),$ ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{21}},$ рівняння директрис $d_{1,2}:$ $x=\pm\dfrac{21}{\sqrt{15}},$ фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{21\mp4\sqrt{15}}{\sqrt{21}};$ 4б: дійсна піввісь $b=\sqrt{2},$ уявна піввісь $a=\sqrt{13},$ рівняння асимптот $\sqrt{13}y=\pm\sqrt{2}x,$ фокуси $F_1\left(0,\sqrt{15}\right),$ $F_2\left(0,-\sqrt{15}\right),$ ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}},$ рівняння директрис $d_{1,2}:x=\pm\dfrac{13}{\sqrt{15}},$ фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{2\pm3\sqrt{15}}{\sqrt{2}};$ 4в: фокус $F\left(0,-1\right),$ рівняння директриси $y=1,$ ексцентриситет $\epsilon=1,$ фокальний радіус $r=4;$

10. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3;$ 1б: $e_1=\left(-1,1,1,1,0\right)/2$, $e_2=\left(1,2,0,-1,-2\right)/\sqrt{10}$,

$e_3 = (1,3,-1,-1,4)/2\sqrt{7}$; 1в: $e_1' = (1,0,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (2,-1,5,-2,1)/\sqrt{35}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (1,6,2,-1,-8)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (9,0,0,9,0)$; 2а: $\begin{pmatrix} 3-4i & 5-5i & 3-i \\ -3+4i & -5i & -4-2i \\ -4i & 1+2i & -1+3i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 6 & -2 & -3 \\ -2 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} -11 & 9 & 3 \\ -5 & 5 & 1 \\ -20 & 13 & 7 \end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{2} - \dfrac{\tilde{y}^2}{5} = -1$, $x = \dfrac{3\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y = \dfrac{-2\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3б: $\bar{x}^2 - \bar{y}^2 = -1$, $\bar{x} = \tilde{x}+1$, $\bar{y} = \tilde{y}+1$, $x = \dfrac{2\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y = \dfrac{\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3в: $\bar{x}^2 = 10\bar{y}$, $\bar{x} = \tilde{x}+1$, $\bar{y} = \tilde{y}+3$, $x = \dfrac{10\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{101}}$, $y = \dfrac{-\tilde{x}+10\tilde{y}}{\sqrt{101}}$; 4а: велика піввісь $b = \sqrt{13}$, мала піввісь $a = 3$, фокуси $F_1(0,2)$, $F_2(0,-2)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{2}{\sqrt{13}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{13}{2}$, фокальні радіуси $r_1 = \dfrac{19}{\sqrt{13}}$, $r_2 = \dfrac{7}{\sqrt{13}}$; 4б: дійсна піввісь $a = 3$, уявна піввісь $b = \sqrt{5}$, рівняння асимптот $3y = \pm\sqrt{5}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{14},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{14},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{14}}{3}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{5}{\sqrt{14}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{9 \mp 5\sqrt{14}}{3}$; 4в: фокус $F(5,0)$, рівняння директриси $x = -5$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 10$;

11. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,0,0,0,-1)/\sqrt{2}$, $e_2 = (0,2,1,-1,0)/\sqrt{6}$, $e_3 = (3,2,-2,2,3)/\sqrt{30}$; 1в: $e_1' = (0,0,1,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (1,-1,1,-1,1)/\sqrt{5}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (0,2,3,-3,-4)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (2,-2,1,-3,2)$; 2а: $\begin{pmatrix} -5-2i & -3-5i & -4-2i \\ 2-i & -2+4i & -2-i \\ 3-i & 5+2i & -4-3i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & -5 \\ 0 & -5 & 9 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} -4 & 2 & 6 \\ 2 & -15 & 25 \\ 2 & -11 & 17 \end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{2} + \dfrac{\tilde{y}^2}{7} = 1$, $x = \dfrac{2\tilde{x}-3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y = \dfrac{3\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3б: $\bar{x}^2 - \dfrac{\bar{y}^2}{3} = -1$, $\bar{x} = \tilde{x}-1$, $\bar{y} = \tilde{y}+1$, $x = \dfrac{\tilde{x}-3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y = \dfrac{3\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3в: $\bar{y}^2 = -12\bar{x}$, $\bar{x} = \tilde{x}-1$, $\bar{y} = \tilde{y}+4$, $x = \dfrac{3\tilde{x}+8\tilde{y}}{\sqrt{73}}$, $y = \dfrac{-8\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{73}}$; 4а: велика піввісь $a = \sqrt{19}$, мала піввісь $b = 2$, фокуси $F_1\left(\sqrt{15},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{15},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{19}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : x = \pm\dfrac{19}{\sqrt{15}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{19 \pm \sqrt{15}}{\sqrt{19}}$; 4б: дійсна піввісь $b = 3$, уявна піввісь $a = \sqrt{6}$, рівняння асимптот $\sqrt{2}y = \pm\sqrt{3}x$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{15}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{15}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$, рівняння директрис $d_{1,2} : x = \pm\dfrac{6}{\sqrt{15}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{9 \mp 4\sqrt{15}}{3}$; 4в: фокус $F(0,-14)$, рівняння директриси $y = 14$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 24$;

12. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,0,-1,1,0)/\sqrt{3}$, $e_2 = (0,1,0,0,1)/\sqrt{2}$, $e_3 = (1,0,2,1,0)/\sqrt{6}$; 1в: $e_1' = (-1,0,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (0,-1,0,0,1)/\sqrt{2}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (-1,2,2,-1,2)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (0,3,0,0,-3)$; 2а: $\begin{pmatrix} 4-5i & -1+3i & -5+5i \\ 2-3i & 2-4i & -3i \\ 4-5i & 5+2i & -3+2i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} -3 & -5 & 0 \\ 9 & 4 & 4 \\ 11 & 10 & 3 \end{pmatrix}$;

3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{3}-\tilde{y}^2=1$, $x=\dfrac{4\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y=\dfrac{\tilde{x}+4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2}+\bar{y}^2=-1$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}-1$, $x=\dfrac{3\tilde{x}-2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y=\dfrac{2\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3в: $\bar{x}^2=-2\bar{y}$, $\bar{x}=\tilde{x}-3$, $\bar{y}=\tilde{y}+1$, $x=\dfrac{7\tilde{x}+\tilde{y}}{5\sqrt{2}}$, $y=\dfrac{-\tilde{x}+7\tilde{y}}{5\sqrt{2}}$; 4а: велика піввісь $b=4$, мала піввісь $a=\sqrt{7}$, фокуси $F_1\left(0,3\right)$, $F_2\left(0,-3\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{3}{4}$, рівняння директрис $d_{1,2}:y=\pm\dfrac{16}{3}$, фокальні радіуси $r_1=\dfrac{13}{4}$, $r_2=\dfrac{19}{4}$; 4б: дійсна піввісь $a=1$, уявна піввісь $b=\sqrt{5}$, рівняння асимптот $y=\pm\sqrt{5}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{6},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{6},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{6}}{1}$, рівняння директрис $d_{1,2}:y=\pm\dfrac{5}{\sqrt{6}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{1\pm2\sqrt{6}}{1}$; 4в: фокус $F\left(3,0\right)$, рівняння директриси $x=-3$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=5$;

13. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=\left(2,1,0,-2,-1\right)/\sqrt{10}$, $e_2=\left(0,-1,-2,0,-1\right)/\sqrt{6}$, $e_3=\left(0,1,-1,0,1\right)/\sqrt{3}$; 1в: $e_1'=\left(1,0,0,1,0\right)/\sqrt{2}$, $e_2'=\left(1,-2,0,-1,2\right)/\sqrt{10}$; 1г: $\text{Пр}_L\,y=\left(-2,-1,-2,2,1\right)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=\left(-1,-1,0,-2,1\right)$; 2а: $\begin{pmatrix}3+2i & -1-4i & 3+4i\\ -1+5i & 4+5i & 2+2i\\ 2-i & 4 & -2i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}6 & -3 & -1\\ -3 & 5 & -1\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}8 & 2 & -2\\ 12 & -3 & -1\\ 16 & 9 & -5\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{4}+\dfrac{\tilde{y}^2}{5}=1$, $x=\dfrac{\tilde{x}+4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y=\dfrac{-4\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2}-\bar{y}^2=-1$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}+2$, $x=\dfrac{\tilde{x}-3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y=\dfrac{3\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3в: $\bar{y}^2=14\bar{x}$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}+4$, $x=\dfrac{2\tilde{x}+5\tilde{y}}{\sqrt{29}}$, $y=\dfrac{-5\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{29}}$; 4а: велика піввісь $a=\sqrt{13}$, мала піввісь $b=\sqrt{2}$, фокуси $F_1\left(\sqrt{11},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{11},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{13}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:$ $x=\pm\dfrac{13}{\sqrt{11}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{13\mp3\sqrt{11}}{\sqrt{13}}$; 4б: дійсна піввісь $b=\sqrt{15}$, уявна піввісь $a=2$, рівняння асимптот $2y=\pm\sqrt{15}x$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{19}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{19}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{19}}{\sqrt{15}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:x=\pm\dfrac{4}{\sqrt{19}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{15\pm5\sqrt{19}}{\sqrt{15}}$; 4в: фокус $F\left(0,-10\right)$, рівняння директриси $y=10$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=18$;

14. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=\left(1,1,0,0,-1\right)/\sqrt{3}$, $e_2=\left(1,-1,1,2,0\right)/\sqrt{7}$, $e_3=\left(0,1,1,0,1\right)/\sqrt{3}$; 1в: $e_1'=\left(-2,2,-2,3,0\right)/\sqrt{21}$, $e_2'=\left(1,0,-1,0,1\right)/\sqrt{3}$; 1г: $\text{Пр}_L\,y=\left(4,11,7,0,3\right)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=\left(-1,-2,5,-3,-3\right)$; 2а: $\begin{pmatrix}5-i & 4-i & -4+2i\\ 2+4i & -1+3i & -3i\\ 4 & 3-2i & -5-3i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}8 & 2 & 4\\ -1 & 3 & 0\\ -9 & 1 & -3\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{4}-\dfrac{\tilde{y}^2}{3}=-1$, $x=\dfrac{2\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y=\dfrac{\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{3}+\bar{y}^2=1$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}+1$, $x=\dfrac{\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{2}}$, $y=\dfrac{\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{2}}$; 3в: $\bar{x}^2=6\bar{y}$, $\bar{x}=\tilde{x}+2$, $\bar{y}=\tilde{y}+3$, $x=\dfrac{5\tilde{x}+7\tilde{y}}{\sqrt{74}}$, $y=\dfrac{-7\tilde{x}+5\tilde{y}}{\sqrt{74}}$; 4а: велика піввісь $b=\sqrt{17}$, мала піввісь $a=\sqrt{3}$, фокуси

$F_1\left(0,\sqrt{14}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{14}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{17}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:$ $y=\pm\dfrac{17}{\sqrt{14}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{17\pm4\sqrt{14}}{\sqrt{17}}$; 4б: дійсна піввісь $a=3$, уявна піввісь $b=\sqrt{13}$, рівняння асимптот $3y=\pm\sqrt{13}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{22},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{22},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{22}}{3}$, рівняння директрис $d_{1,2}:y=\pm\dfrac{13}{\sqrt{22}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{9\mp4\sqrt{22}}{3}$; 4в: фокус $F\left(8,0\right)$, рівняння директриси $x=-8$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=15$;

15. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=\left(1,0,1,1,1\right)/2$, $e_2=\left(0,1,1,0,-1\right)/\sqrt{3}$, $e_3=\left(1,4,-3,1,1\right)/2\sqrt{7}$; 1в: $e_1'=\left(-1,0,0,1,0\right)/\sqrt{2}$, $e_2'=\left(-3,2,2,-3,4\right)/\sqrt{42}$; 1г: $\text{Пр}_L\,y=\left(0,0,-4,0,2\right)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=\left(0,-1,-1,3,-2\right)$; 2а: $\begin{pmatrix}-4+4i & i & -3i\\ -3-i & -2-5i & -1-5i\\ 4+4i & -3+3i & -2i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & -1\\ 0 & -1 & 5\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}-4 & -14 & -22\\ -5 & -10 & 16\\ -1 & -5 & 2\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{2}+\dfrac{\tilde{y}^2}{3}=1$, $x=\dfrac{\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y=\dfrac{-2\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3б: $\bar{x}^2-\bar{y}^2=-1$, $\bar{x}=\tilde{x}$, $\bar{y}=\tilde{y}+1$, $x=\dfrac{\tilde{x}-4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y=\dfrac{4\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3в: $\bar{y}^2=-10\bar{x}$, $\bar{x}=\tilde{x}-1$, $\bar{y}=\tilde{y}+3$, $x=\dfrac{4\tilde{x}+5\tilde{y}}{\sqrt{41}}$, $y=\dfrac{-5\tilde{x}+4\tilde{y}}{\sqrt{41}}$; 4а: велика піввісь $a=\sqrt{11}$, мала піввісь $b=\sqrt{5}$, фокуси $F_1\left(\sqrt{6},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{6},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{11}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:x=\pm\dfrac{11}{\sqrt{6}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{11\pm2\sqrt{6}}{\sqrt{11}}$; 4б: дійсна піввісь $b=\sqrt{6}$, уявна піввісь $a=\sqrt{11}$, рівняння асимптот $\sqrt{11}y=\pm\sqrt{6}x$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{17}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{17}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{17}}{\sqrt{6}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:x=\pm\dfrac{11}{\sqrt{17}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{6\mp3\sqrt{17}}{\sqrt{6}}$; 4в: фокус $F\left(0,-5\right)$, рівняння директриси $y=5$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=11$;

16. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=\left(-1,0,0,-1,1\right)/\sqrt{3}$, $e_2=\left(1,-1,0,0,1\right)/\sqrt{3}$, $e_3=\left(0,2,-3,2,2\right)/\sqrt{21}$; 1в: $e_1'=\left(-1,-1,0,1,0\right)/\sqrt{3}$, $e_2'=\left(0,1,2,1,1\right)/\sqrt{7}$; 1г: $\text{Пр}_L\,y=\left(3,2,-1,5,-5\right)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=\left(1,1,0,-1,0\right)$; 2а: $\begin{pmatrix}4-i & 2-2i & 4+3i\\ 5 & -1+5i & 3-3i\\ -5-i & -4 & -2i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}3 & 0 & -2\\ 0 & 2 & -3\\ -2 & -3 & 6\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}3 & 2 & -5\\ 8 & 3 & -10\\ 3 & 2 & -5\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{2}-\dfrac{\tilde{y}^2}{3}=1$, $x=\dfrac{3\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y=\dfrac{-\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3б: $\bar{x}^2-\dfrac{\bar{y}^2}{6}=1$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}-1$, $x=\dfrac{\tilde{x}-\tilde{y}}{\sqrt{2}}$, $y=\dfrac{\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{2}}$; 3в: $\bar{x}^2=-14\bar{y}$, $\bar{x}=\tilde{x}-1$, $\bar{y}=\tilde{y}+4$, $x=\dfrac{2\tilde{x}+11\tilde{y}}{5\sqrt{5}}$, $y=\dfrac{-11\tilde{x}+2\tilde{y}}{5\sqrt{5}}$; 4а: велика піввісь $b=\sqrt{10}$, мала піввісь $a=1$, фокуси $F_1\left(0,3\right)$, $F_2\left(0,-3\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$, рівняння директрис $d_{1,2}:y=\pm\dfrac{10}{3}$, фокальні радіуси $r_1=\dfrac{7}{\sqrt{10}}$, $r_2=\dfrac{13}{\sqrt{10}}$; 4б: дійсна піввісь $a=\sqrt{10}$, уявна піввісь $b=2$, рівняння асимптот $\sqrt{5}y=\pm\sqrt{2}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{14},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{14},0\right)$,

ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{10}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{4}{\sqrt{14}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{10 \pm 5\sqrt{14}}{\sqrt{10}}$; 4в: фокус $F(4,0)$, рівняння директриси $x = -4$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 9$;

17. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (-1,-2,1,1,0)/\sqrt{7}$, $e_2 = (-2,2,1,1,-2)/\sqrt{14}$, $e_3 = (0,1,1,1,2)/\sqrt{7}$; 1в: $e_1' = (0,0,-1,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (-2,0,-1,-1,1)/\sqrt{7}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (-4,2,2,2,-4)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (0,0,1,-1,0)$; 2а: $\begin{pmatrix} 1+i & 3-4i & 2 \\ -3+3i & -2+2i & 3-5i \\ -2i & -3+5i & -5+4i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} 9 & 4 & 0 \\ -13 & -5 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{3} + \dfrac{\tilde{y}^2}{5} = 1$, $x = \dfrac{\tilde{x} - 3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y = \dfrac{3\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2} + \bar{y}^2 = 1$, $\bar{x} = \tilde{x} - 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 2$, $x = \dfrac{2\tilde{x} - \tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y = \dfrac{\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3в: $\bar{y}^2 = 12\bar{x}$, $\bar{x} = \tilde{x} - 1$, $\bar{y} = \tilde{y} - 3$, $x = \dfrac{3\tilde{x} + 4\tilde{y}}{5}$, $y = \dfrac{-4\tilde{x} + 3\tilde{y}}{5}$; 4а: велика піввісь $a = \sqrt{15}$, мала піввісь $b = 3$, фокуси $F_1\left(\sqrt{6}, 0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{6}, 0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : x = \pm\dfrac{15}{\sqrt{6}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{15 \pm \sqrt{6}}{\sqrt{15}}$; 4б: дійсна піввісь $b = \sqrt{6}$, уявна піввісь $a = \sqrt{5}$, рівняння асимптот $\sqrt{5}y = \pm\sqrt{6}x$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{11}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{11}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{6}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : x = \pm\dfrac{5}{\sqrt{11}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{6 \pm 7\sqrt{11}}{\sqrt{6}}$; 4в: фокус $F(0,-12)$, рівняння директриси $y = 12$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 22$;

18. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,-1,0,0,-1)/\sqrt{3}$, $e_2 = (-1,0,0,0,-1)/\sqrt{2}$, $e_3 = (0,0,-1,1,0)/\sqrt{2}$; 1в: $e_1' = (0,0,1,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (-1,-2,0,0,1)/\sqrt{6}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (-3,1,-3,3,-1)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (0,0,2,2,0)$; 2а: $\begin{pmatrix} -2-3i & -2-2i & -2-4i \\ 3-3i & 1+i & -4-3i \\ 5+2i & -4-3i & 2-5i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 9 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} -9 & -7 & -10 \\ -4 & -6 & -6 \\ 9 & 9 & 11 \end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{2} - \tilde{y}^2 = -1$, $x = \dfrac{5\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{29}}$, $y = \dfrac{-2\tilde{x} + 5\tilde{y}}{\sqrt{29}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2} - \bar{y}^2 = -1$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 1$, $x = \dfrac{3\tilde{x} - 4\tilde{y}}{5}$, $y = \dfrac{4\tilde{x} + 3\tilde{y}}{5}$; 3в: $\bar{x}^2 = 8\bar{y}$, $\bar{x} = \tilde{x} + 2$, $\bar{y} = \tilde{y} + 4$, $x = \dfrac{5\tilde{x} + 8\tilde{y}}{\sqrt{89}}$, $y = \dfrac{-8\tilde{x} + 5\tilde{y}}{\sqrt{89}}$; 4а: велика піввісь $b = \sqrt{19}$, мала піввісь $a = \sqrt{2}$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{17}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{17}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{17}}{\sqrt{19}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{19}{\sqrt{17}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{19 \pm 3\sqrt{17}}{\sqrt{19}}$; 4б: дійсна піввісь $a = \sqrt{5}$, уявна піввісь $b = \sqrt{14}$, рівняння асимптот $\sqrt{5}y = \pm\sqrt{14}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{19}, 0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{19}, 0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{19}}{\sqrt{5}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{14}{\sqrt{19}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{5 \mp 4\sqrt{19}}{\sqrt{5}}$; 4в: фокус $F(6,0)$, рівняння директриси $x = -6$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 10$;

19. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (-3,-2,1,-2,3)/3\sqrt{3}$, $e_2 = (0,1,-1,0,1)/\sqrt{3}$, $e_3 = (0,0,-1,-2,-1)/\sqrt{6}$; 1в: $e_1' = (0,-2,-2,1,0)/3$, $e_2' = (6,-2,1,-2,3)/3\sqrt{6}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (6,8,-5,6,-1)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (-6,2,-1,2,-3)$; 2а: $\begin{pmatrix} i & -2i & -2+i \\ 3-i & 4+2i & 3-2i \\ -2-i & 4-3i & -4-2i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -6 & 6 & -6 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$; 3а: $\tilde{x}^2 + \dfrac{\tilde{y}^2}{3} = 1$, $x = \dfrac{3\tilde{x} - 4\tilde{y}}{5}$, $y = \dfrac{4\tilde{x} + 3\tilde{y}}{5}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{3} + \bar{y}^2 = 1$, $\bar{x} = \tilde{x}$, $\bar{y} = \tilde{y} + 1$, $x = \dfrac{\tilde{x} - 4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y = \dfrac{4\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3в: $\bar{y}^2 = -4\bar{x}$, $\bar{x} = \tilde{x} - 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 3$, $x = \dfrac{4\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y = \dfrac{-\tilde{x} + 4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 4а: велика піввісь $a = 5$, мала піввісь $b = \sqrt{10}$, фокуси $F_1\left(\sqrt{15}, 0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{15}, 0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$, рівняння директрис $d_{1,2} : x = \pm\dfrac{25}{\sqrt{15}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{25 \mp 4\sqrt{15}}{5}$; 4б: дійсна піввісь $b = \sqrt{2}$, уявна піввісь $a = \sqrt{7}$, рівняння асимптот $\sqrt{7}y = \pm\sqrt{2}x$, фокуси $F_1(0,3)$, $F_2(0,-3)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : x = \pm\dfrac{7}{3}$, фокальні радіуси $r_1 = \dfrac{13}{\sqrt{2}}$, $r_2 = \dfrac{17}{\sqrt{2}}$; 4в: фокус $F(0,-15)$, рівняння директриси $y = 15$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 27$;

20. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (-1,-3,-1,1,2)/4$, $e_2 = (0,1,1,0,2)/\sqrt{6}$, $e_3 = (1,-1,1,-1,0)/2$; 1в: $e_1' = (1,0,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (3,1,-5,-3,2)/4\sqrt{3}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (1,2,2,-1,1)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (-1,0,0,-1,0)$; 2а: $\begin{pmatrix} -4-2i & -3+4i & -4i \\ -1-i & 3-2i & -4+2i \\ i & -4 & 3+i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 6 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; 3а: $\tilde{x}^2 - \dfrac{\tilde{y}^2}{5} = 1$, $x = \dfrac{3\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y = \dfrac{-2\tilde{x} + 3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3б: $\bar{x}^2 - \bar{y}^2 = 1$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} - 1$, $x = \dfrac{5\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{26}}$, $y = \dfrac{-\tilde{x} + 5\tilde{y}}{\sqrt{26}}$; 3в: $\bar{x}^2 = -2\bar{y}$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} - 1$, $x = \dfrac{7\tilde{x} + 8\tilde{y}}{\sqrt{113}}$, $y = \dfrac{-8\tilde{x} + 7\tilde{y}}{\sqrt{113}}$; 4а: велика піввісь $b = \sqrt{7}$, мала піввісь $a = \sqrt{5}$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{2}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{2}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{7}{\sqrt{2}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{7 \pm \sqrt{2}}{\sqrt{7}}$; 4б: дійсна піввісь $a = \sqrt{6}$, уявна піввісь $b = 2$, рівняння асимптот $\sqrt{3}y = \pm\sqrt{2}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{10}, 0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{10}, 0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{4}{\sqrt{10}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{6 \pm 7\sqrt{10}}{\sqrt{6}}$; 4в: фокус $F(2,0)$, рівняння директриси $x = -2$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 5$;

21. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,0,0,-2,1)/\sqrt{6}$, $e_2 = (1,-4,1,1,1)/2\sqrt{5}$, $e_3 = (1,0,-3,1,1)/2\sqrt{3}$; 1в: $e_1' = (2,1,1,1,0)/\sqrt{7}$, $e_2' = (-3,2,2,2,7)/\sqrt{70}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (5,-6,-8,4,5)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (3,2,2,2,1)$; 2а: $\begin{pmatrix} 3+2i & 5+i & -2+4i \\ -1 & 4+5i & 4 \\ -4+4i & -3 & -1+i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} 4 & -6 & -3 \\ -3 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{3}+\dfrac{\tilde{y}^2}{4}=1$, $x=\dfrac{2\tilde{x}-3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y=\dfrac{3\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3б: $\bar{x}^2-\dfrac{\bar{y}^2}{5}=-1$, $\bar{x}=\tilde{x}-1$, $\bar{y}=\tilde{y}+2$, $x=\dfrac{\tilde{x}-2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y=\dfrac{2\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3в: $\bar{y}^2=6\bar{x}$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}+3$, $x=\dfrac{5\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{26}}$, $y=\dfrac{-\tilde{x}+5\tilde{y}}{\sqrt{26}}$; 4а: велика піввісь $a=4$, мала піввісь $b=\sqrt{3}$, фокуси $F_1\left(\sqrt{13},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{13},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{13}}{4}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x=\pm\dfrac{16}{\sqrt{13}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{16\mp3\sqrt{13}}{4}$; 4б: дійсна піввісь $b=4$, уявна піввісь $a=\sqrt{5}$, рівняння асимптот $\sqrt{5}y=\pm4x$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{21}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{21}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{21}}{4}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x=\pm\dfrac{5}{\sqrt{21}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{16\pm6\sqrt{21}}{4}$; 4в: фокус $F(0,-9)$, рівняння директриси $y=9$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=16$;

22. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=(1,0,0,0,-1)/\sqrt{2}$, $e_2=(1,-2,-3,3,1)/2\sqrt{6}$, $e_3=(-1,2,-1,1,-1)/2\sqrt{2}$; 1в: $e_1'=(0,0,1,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2'=(1,1,0,0,1)/\sqrt{3}$; 1г: $\text{Пр}_L\,y=(-2,8,3,-3,-6)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=(2,2,3,3,2)$; 2а: $\begin{pmatrix}-4+i & 2+5i & 2-i\\ -1+5i & -5-3i & -5-5i\\ 5-4i & 4+2i & 4+2i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}5 & -2 & -1\\ -2 & 2 & -1\\ -1 & -1 & 2\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}8 & -4 & 1\\ 10 & -5 & 2\\ 11 & -5 & 1\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{3}-\tilde{y}^2=-1$, $x=\dfrac{4\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y=\dfrac{-\tilde{x}+4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2}+\bar{y}^2=1$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}+1$, $x=\dfrac{\tilde{x}-4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y=\dfrac{4\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3в: $\bar{x}^2=10\bar{y}$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}+2$, $x=\dfrac{2\tilde{x}+9\tilde{y}}{\sqrt{85}}$, $y=\dfrac{-9\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{85}}$; 4а: велика піввісь $b=6$, мала піввісь $a=\sqrt{10}$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{26}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{26}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{26}}{6}$, рівняння директрис $d_{1,2}: y=\pm\dfrac{36}{\sqrt{26}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{36\mp5\sqrt{26}}{6}$; 4б: дійсна піввісь $a=3$, уявна піввісь $b=\sqrt{14}$, рівняння асимптот $3y=\pm\sqrt{14}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{23},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{23},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{23}}{3}$, рівняння директрис $d_{1,2}: y=\pm\dfrac{14}{\sqrt{23}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{9\mp5\sqrt{23}}{3}$; 4в: фокус $F(12,0)$, рівняння директриси $x=-12$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=21$;

23. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=(1,0,-1,1,1)/2$, $e_2=(1,4,1,1,-1)/2\sqrt{5}$, $e_3=(1,-1,1,1,-1)/\sqrt{5}$; 1в: $e_1'=(-1,0,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2'=(0,0,1,0,1)/\sqrt{2}$; 1г: $\text{Пр}_L\,y=(-1,-10,0,-1,0)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\,y=(3,0,-6,-3,-6)$; 2а: $\begin{pmatrix}1 & -5-3i & -1-5i\\ -1+3i & 1-i & 4+4i\\ -3+3i & 5+4i & 2-i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}6 & -3 & -6\\ -3 & 5 & 6\\ -6 & 6 & 9\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}-5 & -4 & -2\\ 6 & 18 & 15\\ -9 & -13 & -9\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{3}+\dfrac{\tilde{y}^2}{2}=1$, $x=\dfrac{\tilde{x}-4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y=\dfrac{4\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2}-\bar{y}^2=-1$, $\bar{x}=\tilde{x}$, $\bar{y}=\tilde{y}+1$, $x=\dfrac{2\tilde{x}-3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y=\dfrac{3\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3в: $\bar{y}^2=-6\bar{x}$, $\bar{x}=\tilde{x}-1$, $\bar{y}=\tilde{y}+3$, $x=\dfrac{2\tilde{x}+7\tilde{y}}{\sqrt{53}}$, $y=\dfrac{-7\tilde{x}+2\tilde{y}}{\sqrt{53}}$; 4а: велика піввісь $a=\sqrt{15}$, мала піввісь $b=\sqrt{11}$,

фокуси $F_1(2,0)$, $F_2(-2,0)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{2}{\sqrt{15}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x = \pm\dfrac{15}{2}$, фокальні радіуси $r_1 = \dfrac{17}{\sqrt{15}}$, $r_2 = \dfrac{13}{\sqrt{15}}$; 4б: дійсна піввісь $b = \sqrt{2}$, уявна піввісь $a = 3$, рівняння асимптот $3y = \pm\sqrt{2}x$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{11}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{11}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x = \pm\dfrac{9}{\sqrt{11}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{2 \mp 3\sqrt{11}}{\sqrt{2}}$; 4в: фокус $F(0,-8)$, рівняння директриси $y = 8$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 14$;

24. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,0,-1,1,0)/\sqrt{3}$, $e_2 = (0,-1,0,0,1)/\sqrt{2}$, $e_3 = (2,1,4,2,1)/\sqrt{26}$; 1в: $e_1' = (-1,0,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (-1,6,-2,-1,6)/\sqrt{78}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (-2,-6,-7,-2,3)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (8,-3,1,-7,-3)$; 2а: $\begin{pmatrix} -5-3i & -3+4i & 2 \\ -4-4i & -3-2i & 3+4i \\ 5+3i & 1-3i & -4+5i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} -6 & -17 & -6 \\ 5 & -2 & -5 \\ -8 & 5 & 9 \end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{4} - \dfrac{\tilde{y}^2}{5} = 1$, $x = \dfrac{2\tilde{x} - \tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y = \dfrac{\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{3} + \bar{y}^2 = -1$, $\bar{x} = \tilde{x} + 2$, $\bar{y} = \tilde{y} + 1$, $x = \dfrac{3\tilde{x} - 2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y = \dfrac{2\tilde{x} + 3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3в: $\bar{x}^2 = -4\bar{y}$, $\bar{x} = \tilde{x} + 2$, $\bar{y} = \tilde{y} - 1$, $x = \dfrac{9\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{82}}$, $y = \dfrac{-\tilde{x} + 9\tilde{y}}{\sqrt{82}}$; 4а: велика піввісь $b = \sqrt{17}$, мала піввісь $a = \sqrt{6}$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{11}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{11}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{17}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: y = \pm\dfrac{17}{\sqrt{11}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{17 \pm 4\sqrt{11}}{\sqrt{17}}$; 4б: дійсна піввісь $a = \sqrt{13}$, уявна піввісь $b = \sqrt{6}$, рівняння асимптот $\sqrt{13}y = \pm\sqrt{6}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{19}, 0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{19}, 0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{19}}{\sqrt{13}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: y = \pm\dfrac{6}{\sqrt{19}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{13 \pm 4\sqrt{19}}{\sqrt{13}}$; 4в: фокус $F(10,0)$, рівняння директриси $x = -10$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 18$;

25. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,1,1,-1,0)/2$, $e_2 = (0,-1,2,1,-2)/\sqrt{10}$, $e_3 = (-1,-1,3,1,4)/2\sqrt{7}$; 1в: $e_1' = (0,1,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (5,-2,-1,2,1)/\sqrt{35}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (4,5,-2,-5,-2)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (0,-1,0,-1,0)$; 2а: $\begin{pmatrix} -3-3i & 1 & 1+2i \\ -3-4i & -4-5i & 0 \\ -3i & 1-4i & 3+4i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 9 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 15 \\ 5 & 1 & 10 \\ -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$; 3а: $\tilde{x}^2 + \dfrac{\tilde{y}^2}{8} = 1$, $x = \dfrac{\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y = \dfrac{-2\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3б: $\bar{x}^2 - \bar{y}^2 = -1$, $\bar{x} = \tilde{x} - 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 1$, $x = \dfrac{2\tilde{x} - 3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y = \dfrac{3\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3в: $\bar{y}^2 = 12\bar{x}$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 3$, $x = \dfrac{5\tilde{x} + 6\tilde{y}}{\sqrt{61}}$, $y = \dfrac{-6\tilde{x} + 5\tilde{y}}{\sqrt{61}}$; 4а: велика піввісь $a = \sqrt{11}$, мала піввісь $b = \sqrt{10}$, фокуси $F_1(1,0)$, $F_2(-1,0)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{1}{\sqrt{11}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x = \pm\dfrac{11}{1}$, фокальні радіуси $r_1 = \dfrac{9}{\sqrt{11}}$, $r_2 = \dfrac{13}{\sqrt{11}}$; 4б: дійсна піввісь $b = \sqrt{10}$, уявна піввісь $a = 1$, рівняння асимптот $y = \pm\sqrt{10}x$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{11}\right)$,

$F_2\left(0,-\sqrt{11}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{10}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{11}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{10\pm 5\sqrt{11}}{\sqrt{10}}$; 4в: фокус $F(0,-3)$, рівняння директриси $y=3$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=8$;

26. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=(1,0,0,2,-1)/\sqrt{6}$, $e_2=(-2,3,3,2,2)/\sqrt{30}$, $e_3=(0,1,-1,0,0)/\sqrt{2}$; 1в: $e_1'=(-2,-1,-1,1,0)/\sqrt{7}$, $e_2'=(3,-2,-2,2,7)/\sqrt{70}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y=(-5,6,0,-4,5)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y=(7,2,2,-2,3)$; 2а: $\begin{pmatrix}-4-i & 3-3i & 3-4i\\ -1+i & -1-3i & 2-4i\\ -5-2i & -3+3i & 2+2i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}3&3&1\\3&5&0\\1&0&1\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}-4&10&-6\\3&-4&3\\-3&-21&5\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{2}-\tilde{y}^2=-1$, $x=\dfrac{3\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y=\dfrac{-\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3б: $\bar{x}^2-\dfrac{\bar{y}^2}{3}=-1$, $\bar{x}=\tilde{x}+1$, $\bar{y}=\tilde{y}$, $x=\dfrac{\tilde{x}-4\tilde{y}}{\sqrt{17}}$, $y=\dfrac{4\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{17}}$; 3в: $\bar{x}^2=14\bar{y}$, $\bar{x}=\tilde{x}-1$, $\bar{y}=\tilde{y}+1$, $x=\dfrac{3\tilde{x}+5\tilde{y}}{\sqrt{34}}$, $y=\dfrac{-5\tilde{x}+3\tilde{y}}{\sqrt{34}}$; 4а: велика піввісь $b=5$, мала піввісь $a=\sqrt{6}$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{19}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{19}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{19}}{5}$, рівняння директрис $d_{1,2}: y=\pm\dfrac{25}{\sqrt{19}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{25\mp 3\sqrt{19}}{5}$; 4б: дійсна піввісь $a=\sqrt{3}$, уявна піввісь $b=\sqrt{11}$, рівняння асимптот $\sqrt{3}y=\pm\sqrt{11}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{14},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{14},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: y=\pm\dfrac{11}{\sqrt{14}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{3\mp 2\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$; 4в: фокус $F(14,0)$, рівняння директриси $x=-14$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=26$;

27. 1а: $\dim L=3$, базис $x_1,x_2,x_3$; 1б: $e_1=(1,2,0,1,0)/\sqrt{6}$, $e_2=(1,-1,0,1,0)/\sqrt{3}$, $e_3=(0,0,1,0,1)/\sqrt{2}$; 1в: $e_1'=(-1,0,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2'=(0,0,-1,0,1)/\sqrt{2}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y=(3,0,2,3,2)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y=(-1,0,8,1,-8)$; 2а: $\begin{pmatrix}-3 & -4-2i & 5-5i\\ 1+2i & -5-3i & 5-3i\\ -4-2i & -4+i & -4-i\end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix}2&0&1\\0&3&-3\\1&-3&5\end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix}4&10&-11\\-8&-1&-4\\-6&-2&-1\end{pmatrix}$; 3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{5}+\tilde{y}^2=1$, $x=\dfrac{\tilde{x}-3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y=\dfrac{3\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3б: $\dfrac{\bar{x}^2}{2}+\bar{y}^2=1$, $\bar{x}=\tilde{x}+2$, $\bar{y}=\tilde{y}+1$, $x=\dfrac{\tilde{x}-3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y=\dfrac{3\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3в: $\bar{y}^2=-2\bar{x}$, $\bar{x}=\tilde{x}+3$, $\bar{y}=\tilde{y}+5$, $x=\dfrac{\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{2}}$, $y=\dfrac{-\tilde{x}+\tilde{y}}{\sqrt{2}}$; 4а: велика піввісь $a=3$, мала піввісь $b=\sqrt{2}$, фокуси $F_1\left(\sqrt{7},0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{7},0\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x=\pm\dfrac{9}{\sqrt{7}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{9\mp\sqrt{7}}{3}$; 4б: дійсна піввісь $b=\sqrt{6}$, уявна піввісь $a=\sqrt{15}$, рівняння асимптот $\sqrt{5}y=\pm\sqrt{2}x$, фокуси $F_1\left(0,\sqrt{21}\right)$, $F_2\left(0,-\sqrt{21}\right)$, ексцентриситет $\epsilon=\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}}$, рівняння директрис $d_{1,2}: x=\pm\dfrac{15}{\sqrt{21}}$, фокальні радіуси $r_{1,2}=\dfrac{6\mp 4\sqrt{21}}{\sqrt{6}}$; 4в: фокус $F(0,-7)$, рівняння директриси $y=7$, ексцентриситет $\epsilon=1$, фокальний радіус $r=16$;

28. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (-1,1,0,0,1)/\sqrt{3}$, $e_2 = (0,1,-2,2,-1)/\sqrt{10}$, $e_3 = (-2,-1,0,0,-1)/\sqrt{6}$; 1в: $e_1' = (0,0,1,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (0,-2,-1,1,2)/\sqrt{10}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (-4,-1,3,-3,2)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (0,-3,-5,-2,3)$; 2а: $\begin{pmatrix} -2+5i & -4+2i & 1-4i \\ -4-4i & -3+2i & -2-2i \\ 3+4i & i & 3+4i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} 17 & -3 & 14 \\ 6 & 2 & 6 \\ -4 & -16 & -9 \end{pmatrix}$; 3а: $\frac{\tilde{x}^2}{5} - \frac{\tilde{y}^2}{2} = 1$, $x = \frac{2\tilde{x} - 3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y = \frac{3\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3б: $\frac{\bar{x}^2}{2} - \bar{y}^2 = 1$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} - 1$, $x = \frac{2\tilde{x} - \tilde{y}}{\sqrt{5}}$, $y = \frac{\tilde{x} + 2\tilde{y}}{\sqrt{5}}$; 3в: $\bar{x}^2 = -8\bar{y}$, $\bar{x} = \tilde{x} - 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 2$, $x = \frac{5\tilde{x} + 9\tilde{y}}{\sqrt{106}}$, $y = \frac{-9\tilde{x} + 5\tilde{y}}{\sqrt{106}}$; 4а: велика піввісь $b = \sqrt{13}$, мала піввісь $a = \sqrt{3}$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{10}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{10}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{13}}$, рівняння директрис $d_{1,2}$ : $y = \pm\frac{13}{\sqrt{10}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \frac{13 \pm 2\sqrt{10}}{\sqrt{13}}$; 4б: дійсна піввісь $a = \sqrt{7}$, уявна піввісь $b = \sqrt{3}$, рівняння асимптот $\sqrt{7}y = \pm\sqrt{3}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{10}, 0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{10}, 0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\frac{3}{\sqrt{10}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \frac{7 \pm 3\sqrt{10}}{\sqrt{7}}$; 4в: фокус $F(11, 0)$, рівняння директриси $x = -11$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 21$;

29. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,-1,2,1,0)/\sqrt{7}$, $e_2 = (1,1,0,0,1)/\sqrt{3}$, $e_3 = (0,1,0,1,-1)/\sqrt{3}$; 1в: $e_1' = (2,-2,-3,2,0)/\sqrt{21}$, $e_2' = (-1,0,0,1,1)/\sqrt{3}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (9,7,6,7,2)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (0,2,3,-4,-2)$; 2а: $\begin{pmatrix} -4-3i & -3-i & 3+3i \\ 1+4i & 1-5i & 5+3i \\ -2+2i & -3+3i & -5 \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} -6 & -7 & 20 \\ 9 & 9 & -17 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$; 3а: $\tilde{x}^2 + \frac{\tilde{y}^2}{3} = 1$, $x = \frac{3\tilde{x} + 4\tilde{y}}{5}$, $y = \frac{-4\tilde{x} + 3\tilde{y}}{5}$; 3б: $\bar{x}^2 + \frac{\bar{y}^2}{3} = 1$, $\bar{x} = \tilde{x} - 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 2$, $x = \frac{4\tilde{x} - 3\tilde{y}}{5}$, $y = \frac{3\tilde{x} + 4\tilde{y}}{5}$; 3в: $\bar{y}^2 = 2\bar{x}$, $\bar{x} = \tilde{x} - 3$, $\bar{y} = \tilde{y} - 2$, $x = \frac{3\tilde{x} + \tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y = \frac{-\tilde{x} + 3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 4а: велика піввісь $a = 6$, мала піввісь $b = \sqrt{15}$, фокуси $F_1\left(\sqrt{21}, 0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{21}, 0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \frac{\sqrt{21}}{6}$, рівняння директрис $d_{1,2} : x = \pm\frac{36}{\sqrt{21}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \frac{36 \pm 5\sqrt{21}}{6}$; 4б: дійсна піввісь $b = \sqrt{17}$, уявна піввісь $a = 3$, рівняння асимптот $3y = \pm\sqrt{17}x$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{26}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{26}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{17}}$, рівняння директрис $d_{1,2}$ : $x = \pm\frac{9}{\sqrt{26}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \frac{17 \pm 6\sqrt{26}}{\sqrt{17}}$; 4в: фокус $F(0, -13)$, рівняння директриси $y = 13$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 24$;

30. 1а: $\dim L = 3$, базис $x_1, x_2, x_3$; 1б: $e_1 = (1,0,1,0,-1)/\sqrt{3}$, $e_2 = (0,1,1,1,1)/2$, $e_3 = (4,1,-3,1,1)/2\sqrt{7}$; 1в: $e_1' = (0,-1,0,1,0)/\sqrt{2}$, $e_2' = (2,-3,2,-3,4)/\sqrt{42}$; 1г: $\text{Пр}_L\, y = (3,0,-5,0,1)$, $\text{Пр}_{L^\perp}\, y = (0,-2,0,2,0)$; 2а: $\begin{pmatrix} 4-3i & -1+3i & 5-3i \\ 4 & 1-2i & -5i \\ -1+4i & 4+2i & 2+i \end{pmatrix}$; 2б: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$; 2в: $\begin{pmatrix} -6 & 1 & 12 \\ 1 & -4 & -3 \\ -3 & -3 & 6 \end{pmatrix}$;

3а: $\dfrac{\tilde{x}^2}{3} - \dfrac{\tilde{y}^2}{4} = -1$, $x = \dfrac{3\tilde{x} - 2\tilde{y}}{\sqrt{13}}$, $y = \dfrac{2\tilde{x} + 3\tilde{y}}{\sqrt{13}}$; 3б: $\bar{x}^2 - \bar{y}^2 = -1$, $\bar{x} = \tilde{x} + 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 1$, $x = \dfrac{3\tilde{x} - \tilde{y}}{\sqrt{10}}$, $y = \dfrac{\tilde{x} + 3\tilde{y}}{\sqrt{10}}$; 3в: $\bar{x}^2 = 10\bar{y}$, $\bar{x} = \tilde{x} - 1$, $\bar{y} = \tilde{y} + 1$, $x = \dfrac{4\tilde{x} + 7\tilde{y}}{\sqrt{65}}$, $y = \dfrac{-7\tilde{x} + 4\tilde{y}}{\sqrt{65}}$; 4а: велика піввісь $b = \sqrt{19}$, мала піввісь $a = 4$, фокуси $F_1\left(0, \sqrt{3}\right)$, $F_2\left(0, -\sqrt{3}\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{19}{\sqrt{3}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{19 \mp 4\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$; 4б: дійсна піввісь $a = 1$, уявна піввісь $b = \sqrt{6}$, рівняння асимптот $y = \pm\sqrt{6}x$, фокуси $F_1\left(\sqrt{7}, 0\right)$, $F_2\left(-\sqrt{7}, 0\right)$, ексцентриситет $\epsilon = \dfrac{\sqrt{7}}{1}$, рівняння директрис $d_{1,2} : y = \pm\dfrac{6}{\sqrt{7}}$, фокальні радіуси $r_{1,2} = \dfrac{1 \mp 4\sqrt{7}}{1}$; 4в: фокус $F(1, 0)$, рівняння директриси $x = -1$, ексцентриситет $\epsilon = 1$, фокальний радіус $r = 4$;

## Література


1 Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. — М.: Наука., 1968. 912 с.

2 Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — М.: Наука., 1987. 320 с.

3 Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — М.: Наука., 1987. 496 с.

4 Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. М.: Физматлит., 2002. 248 с.

5 Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука., 1971. 272 с.

6 Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. — М.: Наука., 1975. 272 с.

7 Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: Наука., 1970. 528 с.

8 Зайцева Л.Л., Нетреба А.В. Аналітична геометрія в прикладах і задачах. — К.: Видавнича лабораторія радіофізичного факультету, 2008. 224 с.

9 Икрамов Х.Д. Задачник по линейной алгебре. М.: Наука., 1975. 320 с.

10 Ильин В.А.,Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. — М.: Наука., 1971. 232 с.

11 Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Физматлит., 2001. 272 с.

12 Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. — М.: Наука., 1972. 240 с.

13 Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. М.: Физматлит., 2001. 272 с.

14 Кострикин А.И. Введение в алгебру. Линейная алгебра. М.: Физматлит., 2001. 368 с.

15 Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре. М.: Физматлит., 2001. 464 с.

16 Курош А.Г. Курс высшей алгебры М.: Наука., 1968. 432 с.

17 Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М.: Наука., 1970. 400 с.

18 Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. — М.: Наука., 1976. 384 с.

19 Постников М.М. Аналитическая геометрия. — М.: Наука., 1979. 336 с.

20 Придатченко Ю.В., Львов В.А. Алгебра для фізиків: вектори і координати: Навч. посібник. — Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет"., 2002. 87 с.

21 Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука., 1974. 384 с.

22 Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре. СПб.: Издательство "Лань"., 2004. 288 с.

23 Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ: Пер. с англ.. М.: Мир., 1989. 655 с.

24 Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. — М.: Наука., 1970. 336 с.

Навчальне видання

Зайцева Людмила Леонтіївна

# Завдання для самостійних робіт з аналітичної геометрії та лінійної алгебри. Частина IV.

**Навчально-методичний посібник**